EQUILIBRIO ROTACIONAL Y MOMENTO

Un efecto de las fuerzas es modificar el estado de movimiento de un cuerpo, el cual puede ser traslacional y rotacional. Cuando el movimiento producido por una fuerza sobre un cuerpo es traslacional, desplaza ese cuerpo de un lugar a otro, mientras que si el movimiento es rotacional, origina rotación o giro alrededor de un punto. Una fuerza única, sobre un cuerpo, puede producir movimientos de traslación y rotación a la vez. (Ver figura No. 1)

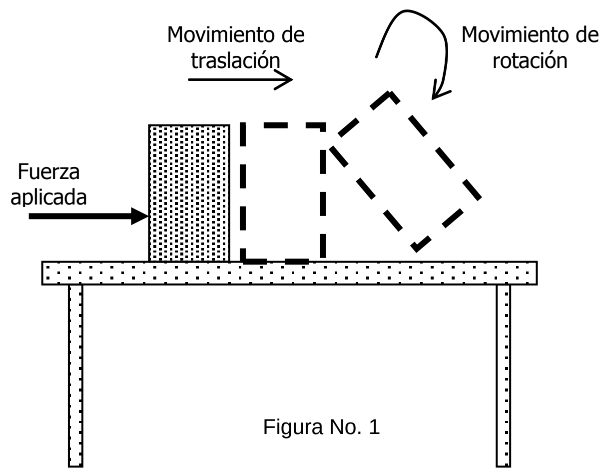


Figura No. 1

Sin embargo, cuando varias fuerzas actúan simultáneamente sobre un cuerpo, sus efectos pueden compensarse entre sí, dando como resultado que no haya cambio en su movimiento de traslación ni en el de rotación, (Ver figura No. 2) según se muestra en el diagrama vectorial, el vector resultante, que representa la suma de las fuerzas que intervienen en el sistema. (Ver figura No. 3)

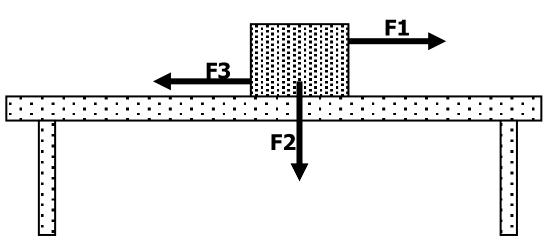


Figura No. 2

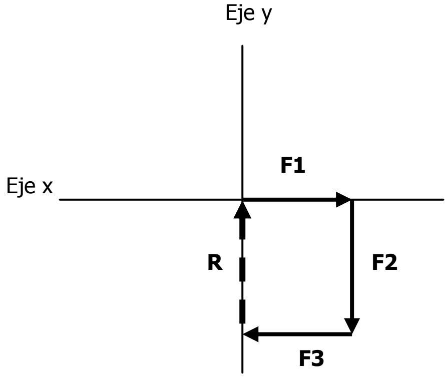


Figura No. 3

1. EQUILIBRIO ROTACIONAL Y MOMENTO

En física, se consideran tres casos de equilibrio: estable, inestable e indiferente. El estable es aquél que tiene un cuerpo que al moverse tiende siempre a regresar a su posición original, como sería el caso del péndulo de un reloj: siempre tiende a volver a su posición vertical. El inestable corresponde a aquellos cuerpos que al moverse fuera de su posición de equilibrio no regresan a ella; un ejemplo sería el de un plato sobre un lápiz (malabarismo). El equilibrio indiferente es el de aquellos cuerpos que se mueven de su posición de equilibrio y regresan a la condición de equilibrio en cualquier otra posición, por ejemplo: un hombre que camina, cada vez que se detiene está en equilibrio.

Existen dos condiciones de equilibrio:

1.1. Primera condición de equilibrio. La sumatoria de fuerzas (F) es igual a 0. La ecuación que se utiliza es:

$$\Sigma F = 0$$

Esta primera condición asegura un equilibrio traslacional.

Regularmente esta sumatoria se realiza de manera vectorial, por lo que esta ecuación se puede descomponer en:

$$\Sigma F_x = 0 \qquad \Sigma F_y = 0$$

1.2. Segunda condición de equilibrio. La sumatoria de momentos (M) es igual a 0. La ecuación que se utiliza es:

$$\Sigma M = 0$$

Esta segunda condición asegura un equilibrio rotacional.

Cuando un cuerpo cumple con las condiciones: $\Sigma F = 0$ y $\Sigma M = 0$, se dice que está en <u>equilibrio estático,</u> completo.

El significado físico del momento, es que la tendencia de una fuerza a producir rotación alrededor de un punto (**0**), aumenta por la distancia perpendicular a la fuerza. La línea de acción es la recta en la dirección de la fuerza que pasa por el punto donde se aplica la fuerza.

Por lo tanto, "el momento **"M"** ejercido por una fuerza **F**, alrededor de un punto **0,** es igual a la magnitud de **F** multiplicado por su distancia **d**; siempre que la distancia se mida a partir del punto **0 a donde se encuentra localizada la fuerza y esta fuerza sea perpendicular a la distancia.**. (Ver figuras No. 5 y 6). La ecuación general utilizada para momento (torque) es: **M = Fd**

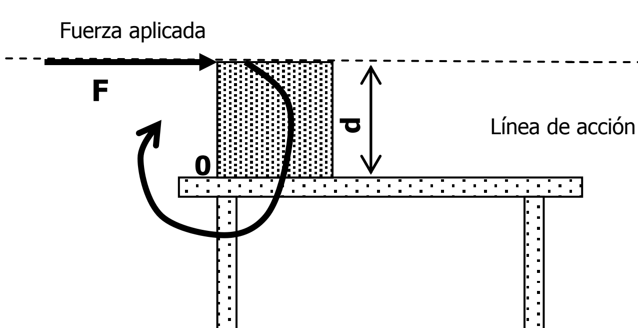


Figura No. 5

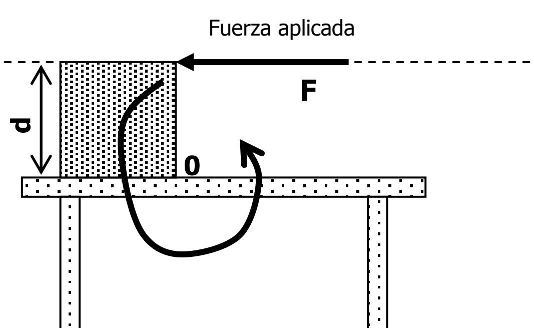


Figura No.6

El **signo** del momento se considera positivo, si **F** tiende a producir una rotación alrededor de **0**, en sentido contrario al movimiento de las agujas del reloj (Ver figura No. 6) y negativo si la rotación tiene lugar en el sentido de las agujas del reloj. (Ver figura No. 5) El momento es una medida cuantitativa de la tendencia de una fuerza a producir rotación alrededor de un punto. Su unidad en el sistema Internacional (SI) es el **N.m** (Newton por metro) y en el sistema inglés es **lib.pie** (libra por pies).

Para concluir, existen dos características importantes del momento: **la magnitud y el signo** producido por una fuerza dada, dependiendo del punto **0** alrededor del cual se calcula; la otra es la **distancia** "**d** "que es la distancia perpendicular a la línea de acción de la fuerza calculada, desde el punto **O**. Esta distancia es conocida también como brazo de momento o brazo de palanca. El valor del momento depende del punto alrededor del cual se calcula.

1.3. APLICACIÓN A MEDICINA

En el cuerpo humano, el momento se encuentra en los sistemas óseo-articulares y musculares, por ejemplo: cuando una parte del cuerpo se mueve en forma angular (rotación) desde su articulación por influencia de la contracción muscular, se produce un momento. Este eje articular represente el punto de apoyo o fulcro. La fuerza en el cuerpo humano resulta de la tensión que producen los músculos esqueléticos durante su acción (contracción) muscular, la cual se describe como un vector con una línea de acción.

Aisladamente, cuando un músculo esquelético se contrae, genera una tensión/fuerza de naturaleza lineal. Debido a que los músculos trabajan en relación al tipo de movimiento que realiza una articulación, la tensión o fuerza que éstos producen dependerá del ángulo específico en que se encuentre la parte del cuerpo que se mueve en relación a la articulación. Esto se conoce como momento de una fuerza, el producto de la fuerza lineal y el brazo de fuerza del músculo con referencia al centro de rotación articular o fulcro. En términos biomecánicos, esto se define como la distancia perpendicular desde la línea de acción del músculo hasta el centro de rotación localizado en una articulación dada.

Las unidades de medida de momento pueden ser pies-libras en el Sistema Inglés. En el Sistema Internacional se mide en Newton-metro.

❖ EJEMPLOS

EJEMPLO 1. ¿Cuál es el valor de los momentos alrededor de la muñeca, el codo y el hombre cuando una persona sostiene con el brazo extendido un peso de 5 N ? (Ver figura No. 7)

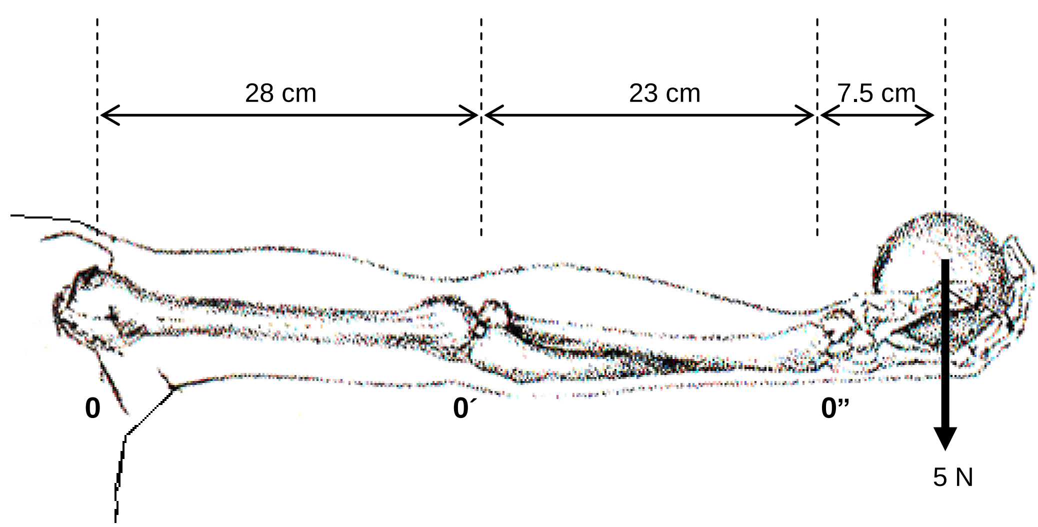


Figura No. 7

Solución: El peso ejerce sobre la mano una fuerza de contacto Fc de 5 N hacia abajo (por lo tanto el signo de la fuerza será negativo), y de este modo la línea de acción de la fuerza es una vertical que pasa por la mano. La distancia perpendicular desde la muñeca (Punto O"), a esta línea es de 7.5 cm (convertir a metros), luego el momento ejercido alrededor de la muñeca es:

$$\tau_{muñeca} = \mathbf{Fd} = -5N \times 7.5\ cm = -5N \times 0.075\ m = -0.375\ N.m$$

El signo es negativo porque Fc tiende a girar la mano alrededor de la muñeca en el sentido de las agujas del reloj.

Considerando que la distancia perpendicular de O' a la línea de acción de Fc es 30.5 cm, el momento ejercido por esta misma fuerza alrededor del codo (Punto O') es:

$$\tau_{codo} = \mathbf{Fd} = -5N \times 30.5\ cm = -5N \times 0.305\ m = -1.525\ N.m$$

De nuevo el signo es negativo porque Fc tiende a girar el antebrazo alrededor del codo en el sentido de las agujas de un reloj.

Del mismo modo, el momento alrededor del hombro (Punto O) es:

$$\tau_{hombro} = \mathbf{Fd} = -5N \times 58.5\ cm = -5N \times 0.585\ m = -2.925\ N.m$$

.

Por lo tanto, el valor del momento depende del punto alrededor del cual se calcula.

- **EJEMPLO 2:** ¿ Cuál es el momento alrededor del codo cuando se sostiene un peso de 5 N en la mano de un brazo que forma con el cuerpo un ángulo de 30^0? (Ver figura No. 8)

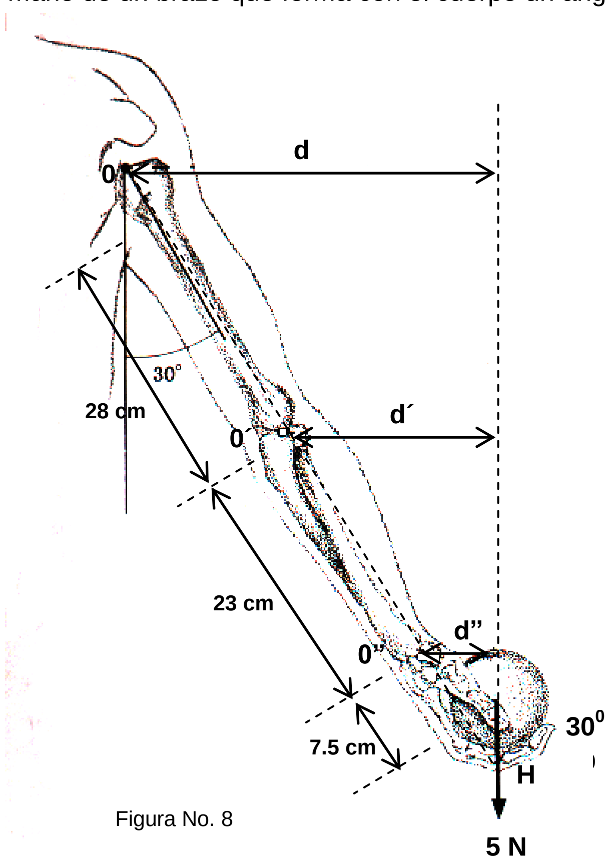


Figura No. 8

Solución:

Cuando el brazo se mantiene a 30° del cuerpo, tal como lo muestra la figura No. 78, los momentos alrededor de la muñeca, codo y hombro son diferentes de los momentos cuando el brazo está horizontal. Esto es debido, a que las distancias perpendiculares desde estos puntos a la línea de acción de la fuerza de 5 N, no son las distancias medidas a lo largo del brazo. Por ejemplo, para obtener el momento alrededor del codo, debe hallarse la distancia perpendicular **d'** desde **O'** a la fuerza de 5 N.

La figura muestra las relaciones geométricas existentes sin atender el detalle anatómico, lo cual no es esencial en este caso.

La línea vertical continua representa el cuerpo y la paralela de trazos representa la línea de acción de la fuerza. El brazo aparece representado por la línea OH, que está inclinada 30° con respecto al cuerpo y a la línea de acción, también corresponde a la hipotenusa del triángulo rectángulo HPO. La distancia d es el lado de este triángulo, opuesto al ángulo de 30°, luego:

$\text{Sen } 30° = \dfrac{d}{OH}$ dónde, $d = \text{sen } 30° \times OH = \text{Sen } 30° \times 58.5 \text{ cm} = 29.25 \text{ cm}$

La línea O'H desde el codo a la mano, tiene una longitud de 30.5 cm, y corresponde a la hipotenusa del triángulo rectángulo HP'O'. La distancia d' es el lado de este triángulo opuesto al ángulo de 30°, luego:

$\text{Sen } 30° = \dfrac{d'}{O'H}$ dónde, $d' = \text{sen } 30° \times O'H = \text{Sen } 30° \times 30.5 \text{ cm} = 15.25 \text{ cm}$

También debe considerarse como la hipotenusa del triángulo rectángulo HP"O", a la línea O"H desde el codo a la mano, la cual tiene una longitud de 7.5 cm. La distancia d" es el lado de este triángulo opuesto al ángulo de 30°, de donde:

$\text{Sen } 30° = \dfrac{d''}{O''H}$ dónde, $d'' = \text{sen } 30° \times O''H = \text{Sen } 30° \times 7.5 \text{ cm} = 3.75 \text{ cm}$

Encontradas las distancias perpendiculares a la línea de acción de la fuerza, se procede a encontrar los momentos de la siguiente forma:

$$\tau_{muñeca} = \mathbf{Fd} = -5N \times 3.75 \text{ cm} = -5N \times 0.0375 \text{ m} = -0.1875 \text{ N.m}$$
$$\tau_{codo} = \mathbf{Fd} = -5N \times 15.25 \text{ cm} = -5N \times 0.1525 \text{ m} = -0.7625 \text{ N.m}$$
$$\tau_{hombro} = \mathbf{Fd} = -5N \times 29.25 \text{ cm} = -5N \times 0.2925 \text{ m} = -1.4625 \text{ N.m.}$$

La condición del momento: Un objeto que no tiene tendencia a ponerse a girar se dice que está en equilibrio rotacional. La condición necesaria para el equilibrio rotacional viene dada por la condición del momento. Para que un objeto esté en equilibrio rotacional, la suma de los momentos producidos por todas las fuerzas que actúan sobre el objeto tiene que ser nula. Por la primera ley de Newton se sabe que si la suma de todas las fuerzas que actúan sobre un objeto es cero, el objeto permanecerá en reposo. Un objeto que permanece en reposo y que no tiende a girar se dice que está en equilibrio estático. Entonces, tienen que satisfacerse las siguientes condiciones para que un objeto se encuentre en equilibrio estático: primero, la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto ha de valer cero y la suma de todos los momentos que se ejercen sobre el mismo es igual a cero. Segundo, al aplicarse la condición del momento, todos los momentos deben calcularse alrededor del mismo punto. Sin embargo, si el objeto está en equilibrio no importa dónde esté localizado este punto.

5. CENTRO DE GRAVEDAD

Para calcular el momento producido por la fuerza de gravedad, τ_g, sobre un objeto extenso, debe tomarse en consideración que la gravedad actúa sobre cada punto del objeto. Así, en el caso del brazo extendido (ver figura 9), existen fuerzas gravitacionales sobre la mano, los huesos de la muñeca, el antebrazo y, de hecho, sobre cada célula y cada átomo del brazo. (centro de gravedad es sinónimo de fuerza de gravedad)

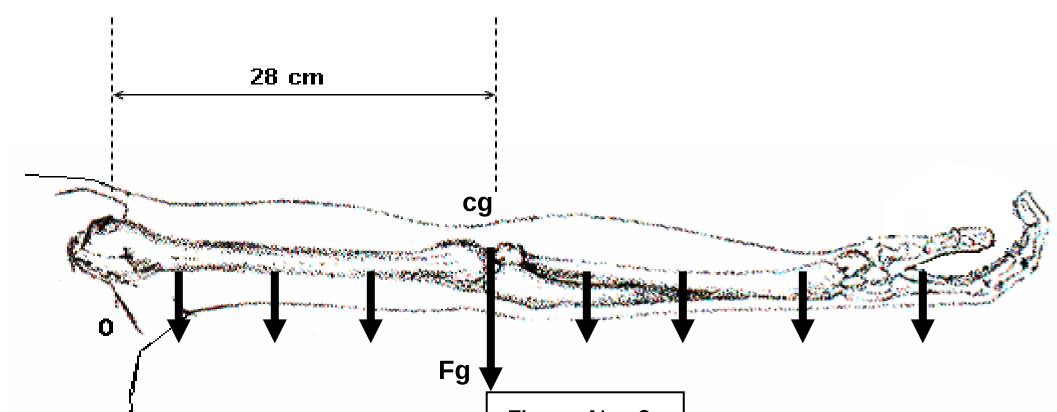


Figura No. 9

Cada una de estas fuerzas tiene su propia línea de acción y produce su propio momento. La suma de todas estas fuerzas es la fuerza total de la gravedad ***Fg*** sobre el brazo y la suma de éstos momentos es el momento total τ_g debido a la gravedad o momento gravitatorio. El momento gravitatorio τ_g producido por la fuerza de gravedad ***Fg*** sobre un objeto extenso se calcula en términos de ***Fg*** y de la posición de un punto especial del objeto llamado centro de gravedad (cg).

El centro de gravedad de un objeto, es el punto donde puede suponerse que actúa la fuerza total de la gravedad ***Fg*** , ubicación necesaria de conocerse para efectos del cálculo del momento gravitatorio τ_g. Por ejemplo, el centro de gravedad (***cg***) del brazo extendido de la figura No. 79 está localizado cerca del codo a 28 cm de la articulación del hombro (punto ***O***). Así, la distancia ***d*** desde ***O*** a la línea de acción de ***Fg*** es de 28 cm, y si el brazo pesa ***3 N***, el momento alrededor de **O** producido por la fuerza de la gravedad sobre el brazo es:

$$\tau_g = -Fg \times d = -3\text{N} \times 0.28\text{ m} = -0.84\text{ N.m}$$

Algunos rasgos característicos del centro de gravedad son los siguientes:

5.1 La fuerza de gravedad sobre un objeto produce un momento nulo alrededor de su centro de gravedad. Esto es evidente porque, la línea de acción de la fuerza de la gravedad, pasa por el centro de gravedad, y así, la distancia entre el centro de gravedad y ésta línea es cero. Esta característica proporciona un método para localizar el centro de gravedad de objetos poco extensos.

5.2 El centro de gravedad de un objeto rígido es el punto de equilibrio. Si se sitúa en un objeto, un solo soporte directamente bajo el centro de gravedad, la fuerza de contacto ***Fc*** que ejerce sobre el objeto es igual a ***- Fg***, y de aquí que la fuerza total sobre el objeto sea cero. Además, tanto ***Fg*** como ***Fc*** producen momentos nulos alrededor del centro de gravedad, ya que sus líneas de acción pasan por él. Por consiguiente, el momento total alrededor del centro de gravedad es cero y el objeto se encuentra en equilibrio.

5.3 En un objeto rígido el centro de gravedad es un punto fijo con respecto al objeto, aunque no esté necesariamente localizado en el objeto mismo.

5.4. En un objeto flexible, como el cuerpo humano, la posición del centro de gravedad varía cuando el objeto cambia de forma. El centro de gravedad de un hombre, que permanece de pie y derecho, está localizado al nivel de la segunda vértebra sacra sobre una línea vertical que toca el suelo a unos 3 cm por delante de la articulación del tobillo. Cuando una persona se dobla hacia abajo, las piernas y glúteos se mueven hacia atrás para mantener el centro de gravedad sobre el área de apoyo. (Ver figura No. 10). Si el hombre levanta los brazos sobre su cabeza, el centro de gravedad subirá varios centímetros. Durante un salto de altura, el centro de gravedad queda totalmente fuera del cuerpo. (Ver figura No. 11) La capacidad del ser humano para variar la posición del centro de gravedad del cuerpo, es de mucha importancia para mantener el equilibrio mientras se camina, así también en algunas personas dedicadas a actividades atléticas, es fundamental para el éxito, dominar ese cambio de posición del centro de gravedad.

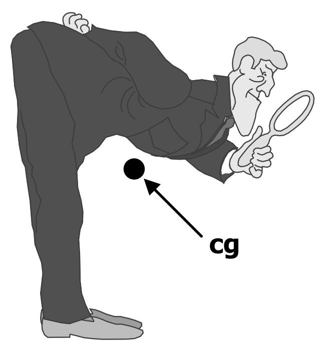


Figura No. 10

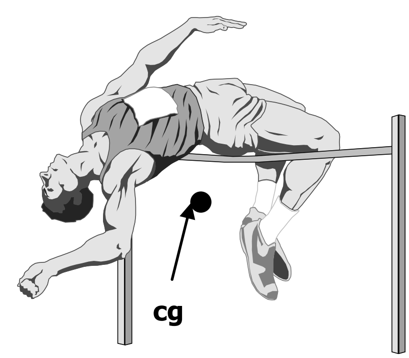


Figura No. 11

6. APLICACIÓN A LA ANATOMÍA

Las condiciones de equilibrio pueden ser utilizadas para entender muchos problemas clínicos de ortopedia, por ejemplo, las fuerzas que causan fisuras en el tendón de Aquiles y fuerzas que dañan la articulación de la cadera.

6.1. FUERZAS EN EL TENDÓN DE AQUILES

El tendón de Aquiles, conecta los músculos posteriores de la pierna, con el calcañal en la parte posterior del talón. Para calcular la fuerza ejercida por este tendón en el calcañal, cuando la persona está parada en un pie, debe considerarse el pie como un cuerpo rígido (esto significa que las fuerzas internas dentro del pie son ignoradas). La figura No. 12 muestra la fuerza **Ft** ejercida por el tendón en el pie, la fuerza **Fb** de los huesos de la pierna (tibia y fibula) y la fuerza hacia arriba del suelo **Fg**, que es igual al peso **w** del cuerpo,.

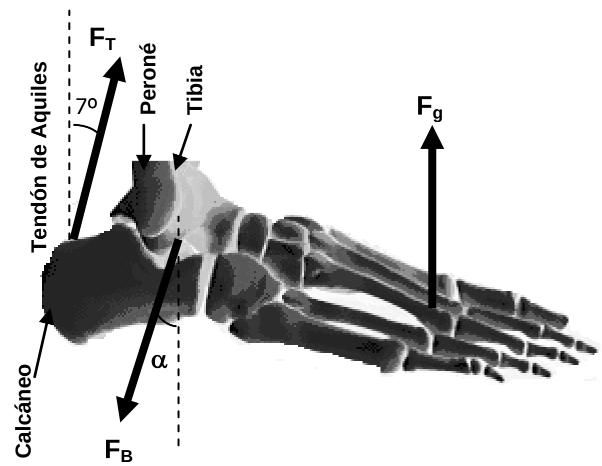


Figura No. 12

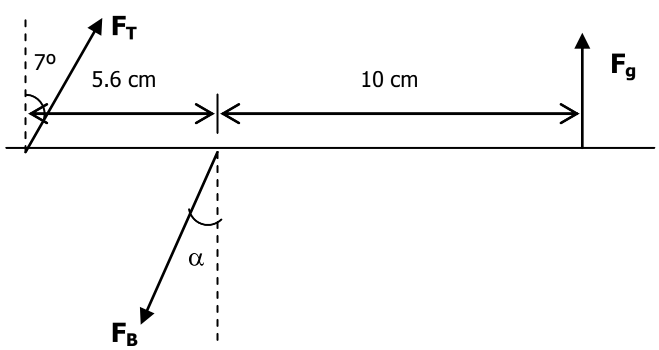


Figura No. 13

El peso propio del pie es muy pequeño comparado con estas fuerzas y no debe ser tomado en cuenta para efectos del cálculo. Las condiciones del equilibrio estático, que deben cumplirse son: $\sum$**F=0** y $\sum\tau$ **=0.** Suponiendo que la persona tenga un peso de 75 N, y que la distancia entre F_T y F_B es igual 5.6 cm y entre **Fb** y F_g es igual a 10 cm. (Ver esquema en figura No. 13), encontrar los valores de F_T y F_B.

Para proceder a encontrar los valores de F_T y F_B , se inicia con la ecuación: $\sum\tau$ **=0.** Se debe escoger un punto de referencia para ubicar la línea de acción, éste debe ubicarse en el lugar donde la magnitud y dirección de la fuerza sea desconocida, ya que el momento en este punto será igual a 0 (Ver figura No. 14). En este caso se desconoce F_B , por lo tanto, la línea de acción se ubicará en F_B , entonces se calculan todos los momentos alrededor de este punto.

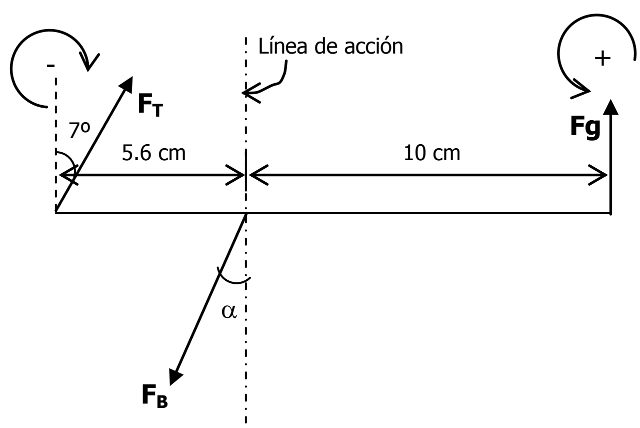


Figura No. 14

Entonces : $\sum\tau = 0$

Recuerde que $\tau = Fd$ y que $Fg = w =$ peso de una persona que está para en un solo pie.

$$-\tau F_T + \tau F_g = 0$$
$$-F_T \cos 7^o (0.056\ m) + 75N\ (0.10m) = 0$$
$$F_T = \frac{-7.5\ N.m}{-0.055583\ m}$$
$$F_T = 134.933343\ N$$

Como ya se conocen la magnitud de dos fuerzas, para hallar la magnitud de la tercera, se aplica la condición de equilibrio: $\sum F = 0$, con los siguientes pasos.

1. Recordar que las fuerzas se pueden representar como vectores en un plano cartesiano, por lo tanto se realiza un diagrama de las fuerzas que intervienen en el sistema. (Ver figura No. 15) Según este diagrama, se observa que no son fuerzas alineadas, es decir, no están en la misma dirección, por lo tanto, la sumatoria debe hacerse vectorialmente.

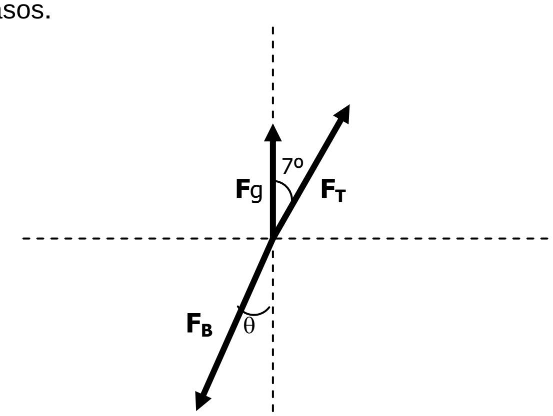


Figura No. 15

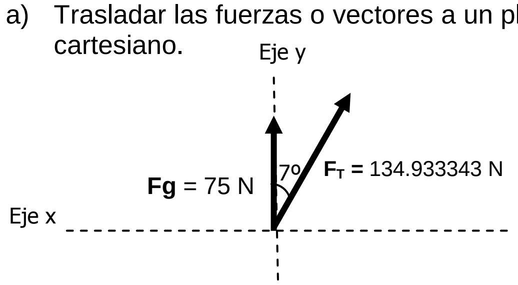
2. Aplicar la fórmula: $\sum F = 0$

$F_T + Fg + F_B = 0$ (Se despeja la fuerza de la cual no se tiene ningún dato, la cual es F_B)

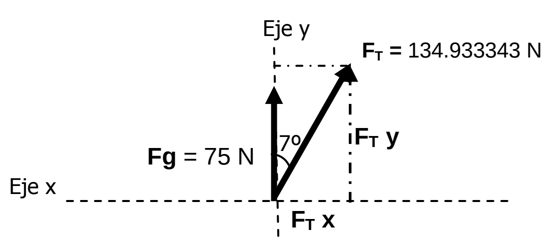
$F_T + Fg = -F_B$ (Esta fórmula indica que la suma vectorial de F_T y Fg va ser igual a la fuerza F_B)

3. Sumar vectorialmente, para ello se utilizará el método de las componentes rectangulares. Los pasos a seguir son:

a) Trasladar las fuerzas o vectores a un plano cartesiano.



b. Encontrar el valor de las componentes ***x*** y ***y*** de cada vector, utilizando para ello las razones trigonométricas de los triángulos rectángulos, traslade los datos a una tabla de valores y luego realice la suma aritméticamente.



Fuerza	**Componente en x**	**Componente en y**
F_T	Sen 7^0 (134.933343) = 16.444238 N	Cos 7º (134.933343) = 133.927570 N
Fg	0 N	75.00 N
R = (-F_B)	16.444238 N	208.927570 N

La suma vectorial de F_T y Fg es igual a la resultante (R), y la resultante corresponde a la fuerza F_B. Para hacer verdadera la ecuación:

$$F_T + Fg + F_B = 0$$

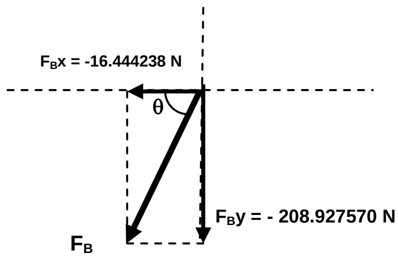
la suma vectorial de las tres fuerzas debe ser 0, por lo tanto, F_B debe tener signo positivo. Esto se hace, sumando por –1, todos los valores de F_B, como en el siguiente cuadro:

Fuerza	**Componente en x**	**Componente en y**
FT	**Sen 70 (134.933343) = 16.444238 N**	**Cos 7º (134.933343) = 133.927570 N**
Fg	**0 N**	**75.00 N**
R = (-FB)	**16.444238 N**	**208.927570 N**
F_B	- 16.444238 N	- 208.927570 N
$\sum$ F	0 N	0 N

c. Determinar la magnitud y la dirección y sentido de la fuerza $\mathbf{F_B}$ a partir de sus componentes perpendiculares:

$\mathbf{F_B x}$ = - 16.444238 N y $\mathbf{F_B y}$ = - 208.927570 N,

utilizando para ello el teorema de Pitágoras y la inversa de la razón trigonométrica tangente. Es recomendable hacer un esquema de las componentes resultantes, y de la fuerza, (Recordar método del paralelogramo) ubicándolas en el plano cartesiano.



Magnitud de la Fuerza F_B: Teorema de Pitágoras.

$$\mathbf{R} = \sqrt{(F_B x)^2 + (F_B y)^2}$$

$$\mathbf{R} = \sqrt{(16.444238)^2 + (208.927570)^2}$$

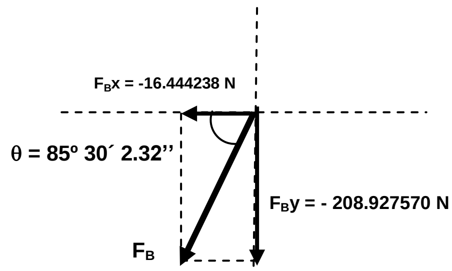
$$\mathbf{R} = 209.573716\text{N}$$

Dirección y sentido de la Fuerza F_B. Inversa de la razón trigonométrica tangente. Para esta parte utilice valores absolutos (sin signo)

$$\tan \theta^{-1} = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

$$\tan \theta^{-1} = \frac{208.927570\text{ N}}{16.444238\text{ N}}$$

$$\tan \theta^{-1} = 85^{o}\ 29'\ 58.74''$$



Al ángulo encontrado se le suman 180^0, para dar la respuesta en ángulos positivos.

$$85^{o}\ 29'\ 58.7'' + 180^0 = 265^0\ 29'\ 58.7''$$

Respuesta: La fuerza de contacto ejercida sobre la tibia y la fíbula por F_T y Fg, es igual a:

209.57 N a 265^0 29’58.7“

6.2. FUERZAS EN LA CADERA

Las fuerzas en la cadera pueden superar por mucho el peso de una persona y el uso de un bastón puede reducirla. Cuando una persona camina, hay momentos en los que solamente un pie se encuentra apoyado en el suelo, y es allí donde existen dos fuerzas que actúan sobre el cuerpo, visto como un todo: la fuerza de atracción de la Tierra Fg y la fuerza que ejerce el suelo sobre el pie (Fuerza normal N). La fuerza de gravedad actúa sobre el centro de gravedad del cuerpo que se ubica en la línea media, usualmente en el bajo abdomen. Si se calculan los momentos alrededor del pie, entonces el centro de gravedad debe encontrarse directamente sobre el pie, entonces surge la pregunta ¿Por qué? La condición de equilibrio traslacional requiere que N = Fg. En la figura No. 16 se muestra la anatomía de la pelvis, la cadera y la pierna.

Si la pierna es considerada como un sistema aislado, las fuerzas que actúan sobre él son las siguientes:

Fm = La fuerza neta de los músculos abductores que forman un ángulo de 70º con la horizontal.
Fc = La fuerza de contacto donde encaja la cabeza del fémur.
N = La fuerza que ejerce el suelo sobre el pie.
$\mathbf{W_L}$ = El peso de la pierna que actúa sobre el centro de gravedad de ésta, aproximadamente igual a W / 7.

En la figura No. 17 están diagramadas dichas fuerzas y las distancias que existen entre los puntos más relevantes.

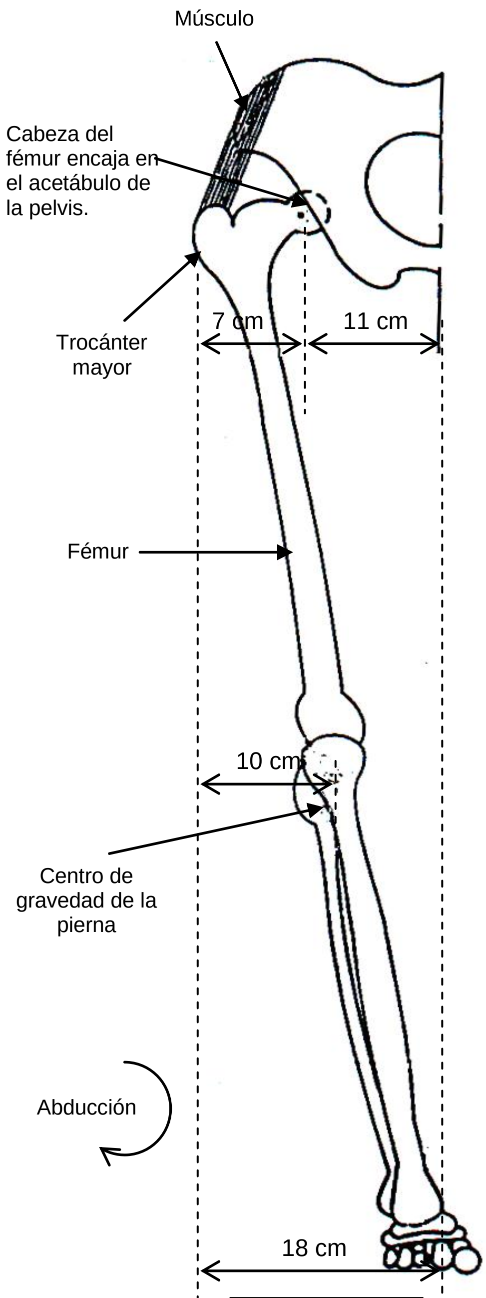


Figura 16

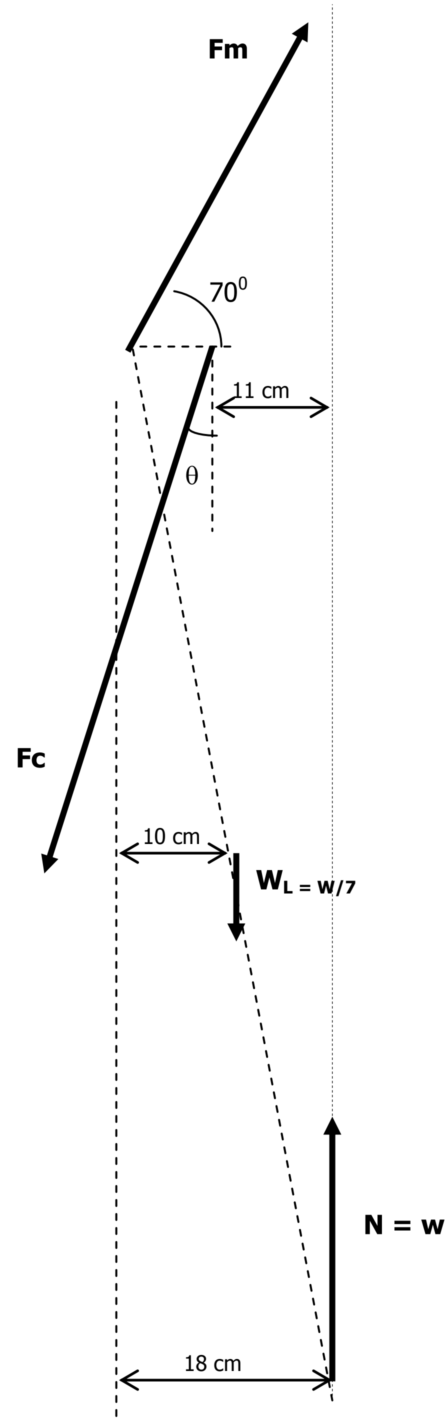


Figura 17

Si el peso de la pierna del hombre es de 75 N **(W)**, calcular el valor de las fuerzas **Fm** y **Fc**. (Ver esquema en figura No. 18) El equilibrio traslacional requiere que se satisfagan la siguiente ecuación: $\sum$**F=0** y el equilibrio rotacional: $\sum\tau$ **=0.**

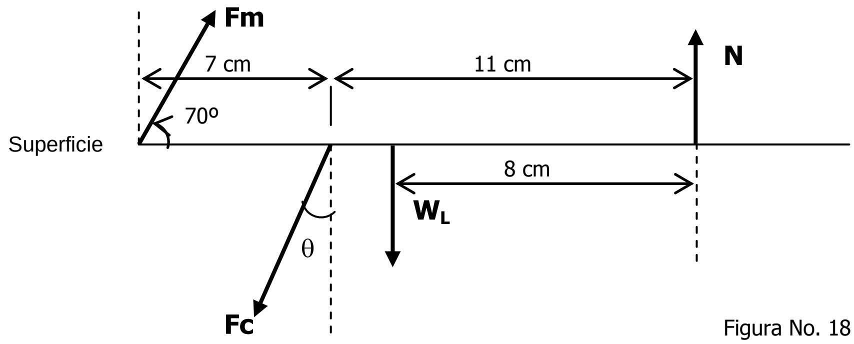


Figura No. 18

Para encontrar el valor de Fm , se aplica **$\sum\tau$ =0.** Se debe escoger un punto de referencia para ubicar la línea de acción, éste debe ubicarse en un punto donde la magnitud y dirección de la fuerza sea desconocida, ya que el momento en este punto será igual a 0. Por ejemplo, en este caso se desconoce magnitud, y ángulo de Fc , por lo tanto, la línea de acción se ubicará en Fc , para calcular todos los momentos alrededor de este punto.(a este punto se le llama eje de rotación, punto cero o punto fijo) (Ver esquema de momentos en figura No. 19)

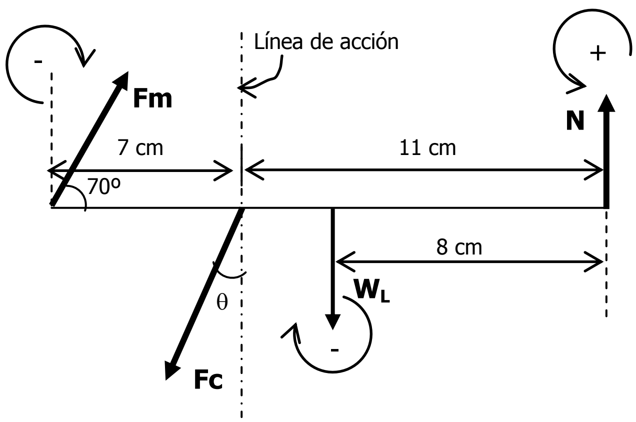


Figura No. 19

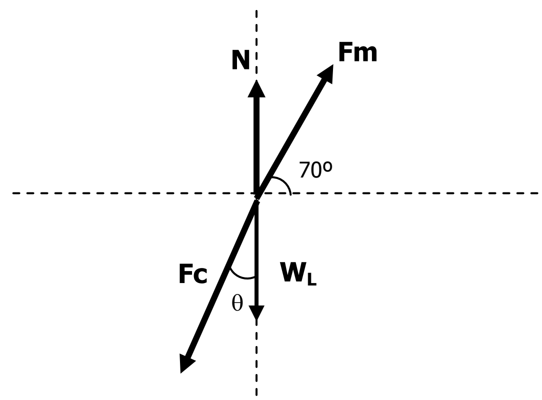


Figura No. 20

Entonces : $\sum\tau = 0$

$$- \tau\,Fm - \tau W_L + \tau\,N = 0$$

$$- Fm\ Sen\ 70º\ (0.07\ m) – 75/7\ (0.03m) + 75N\ (0.11m) = 0$$

$$- Fm\ (0.065778\ m) – 0.321429\ N.m + 8.25\ N.m = 0$$

Recuerde que τ = Fd y que N = w = peso de la persona

$$- Fm\ (0.065778\ m) + 7.928571\ N.m = 0$$

$$Fm = \frac{- 7.928571\ N.m}{- 0.065778\ m}$$

$$Fm = 120.535301\ N$$

Como ya se conoce la magnitud de dos fuerzas, para hallar la magnitud de la tercera, se aplica la condición de equilibrio: $\sum F = 0$, con los siguientes pasos:

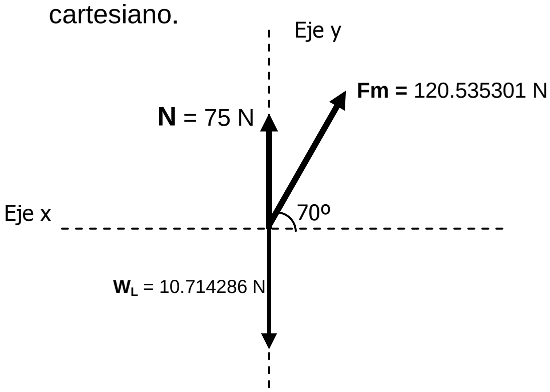
1. Recordar que las fuerzas se pueden representar como vectores en un plano cartesiano, por lo tanto se realiza un diagrama de las fuerzas que intervienen en el sistema. (Ver figura No. 20) Según este diagrama, se observa que no son fuerzas alineadas, es decir, no están en la misma dirección, por lo tanto, la sumatoria debe hacerse vectorialmente.
2. Aplicar la fórmula: $\sum F = 0$

$Fm + W_L + N + Fc = 0$ (Se despeja la fuerza de la cual no se tiene ningún dato, la cual es Fc)

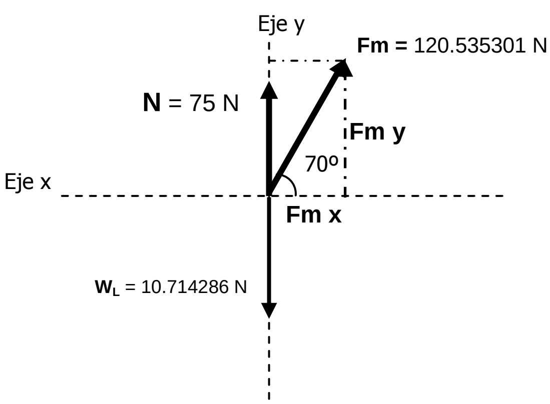
$Fm + W_L + N = - Fc$ (Esta fórmula indica que la suma vectorial de Fm, W_L y N va

3. Sumar vectorialmente, para ello se utilizará el método de las componentes rectangulares. Los pasos a seguir son:

a) Trasladar las fuerzas o vectores a un plano cartesiano.



b. Encontrar el valor de las componentes ***x*** y ***y*** de cada vector, utilizando para ello las razones trigonométricas de los triángulos rectángulos. Trasladar los datos a una tabla de valores y luego realizar la suma aritméticamente.



Fuerza	Componente en x	Componente en y
Fm	Cos 70^0 (120. 535301) = 41.225501 N	Sen 70º (120.535301) = 113.266133 N
W_L	0 N	- 10.714286 N
N	0 N	75.00 N
R = (-Fc)	41.225501 N	177.551847 N

La suma vectorial de Fm, W_L y N es igual a la resultante (R), y la resultante corresponde a la fuerza Fc. Para hacer verdadera la ecuación:

$$Fm + W_L + N + Fc = 0$$

la suma vectorial de las cuatro fuerzas debe ser 0, por lo tanto, Fc debe tener signo positivo. Esto se hace, sumando por –1, todos los valores de Fc, como en el siguiente cuadro:

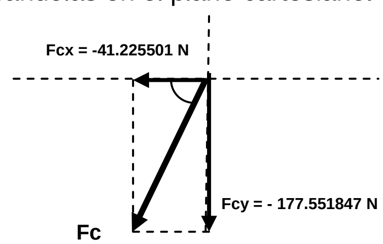
a ser igual a la fuerza Fc)

Fuerza	Componente en x	Componente en y
Fm	**Cos 700 (120. 535301) = 41.225501 N**	**Sen 70º (120.535301) = 113.266133 N**
WL	**0 N**	**- 10.714286 N**
N	**0 N**	**75.00 N**
Fc	- 41.225501 N	- 177.551847 N
∑ F	0 N	0 N

c. Determinar la magnitud, dirección y sentido de la fuerza **Fc** a partir de sus componentes perpendiculares:

Fcx = - 41.225501 N
Fcy = - 177.551847 N,

utilizando para ello el teorema de Pitágoras y la inversa de la razón trigonométrica tangente. Es recomendable hacer un esquema de las componentes resultantes, y de la fuerza, (Recordar método del paralelogramo) ubicándolas en el plano cartesiano.



Magnitud de la Fuerza Fc: Teorema de Pitágoras.

$$\mathbf{R} = \sqrt{(F_B x)^2 + (F_B y)^2}$$

$$\mathbf{R} = \sqrt{(41.225501)^2 + (177.551847)^2}$$

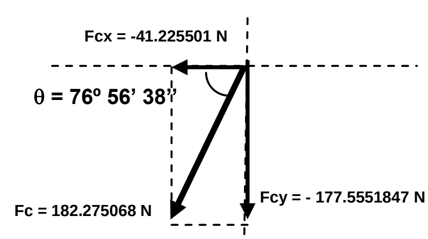
$$\mathbf{R} = 182.275068 \text{ N}$$

Dirección y sentido de la Fuerza Fc. Inversa de la función tangente. (utilice valores absolutos de los números)

$$\tan \theta^{-1} = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

$$\tan \theta^{-1} = \frac{177.551847 \text{ N}}{41.225501 \text{ N}}$$

$$\tan \theta^{-1} = 76º\ 55'\ 41.52''$$



Al ángulo encontrado se le suman 180^0, para dar la respuesta en ángulos positivos: 76º 55’ 41.52’’ + 180 = 256^0 55’41.5”.

Respuesta: Fc= 181.89 N a 256º 55’ 41.5’’

Documento modificado para apoyo a la docencia, del libro de Física matemática para el estomatólogo, de la Arquitecta Sandra Rivera.

❖ EJERCICIOS (tabajar con fix 6)

EJERCICIO No. 1. Un hombre tiene el tobillo izquierdo herido, por lo tanto, el punto donde se concentra la fuerza gravitatoria (peso) ya no es en el medio. Este hombre tiene una masa de 60 kg, y la fuerza sobre su pie izquierdo no debe sobrepasar los 20 kg; los pies siguen estando a 30 cm uno del otro. (Ver figura No.18) Calcular:

a. La **distancia** entre la fuerza gravitatoria (peso **Fg**) y la fuerza ubicada en el pie izquierdo (**FL**). ___
b. La **magnitud** de la fuerza del pie derecho. ____________________

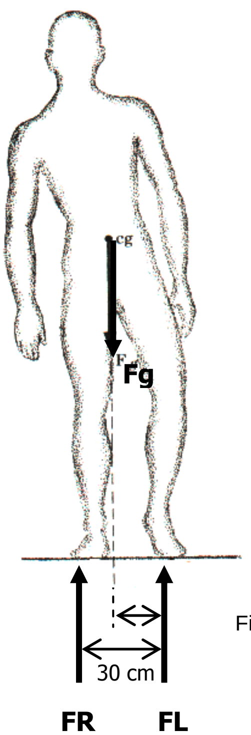


Figura No. 18

EJERCICIO No. 2: Estando en postura erecta, el centro de gravedad del cuerpo está sobre una línea que cae a 1.25 pulg delante de la articulación del tobillo, tal como lo muestra la figura No.19. El músculo de la pantorrilla (el grupo de músculos del tendón de Aquiles) se une al tobillo a 1.75 pulg por detrás de la articulación y sube en un ángulo de 83º. Hallar:

a. La fuerza Fm, en este músculo para un hombre que pesa 150 lb. El hombre está de pie: _______
b. ¿Cuál es la fuerza de contacto Fc ejercida en la articulación del tobillo? ___________________

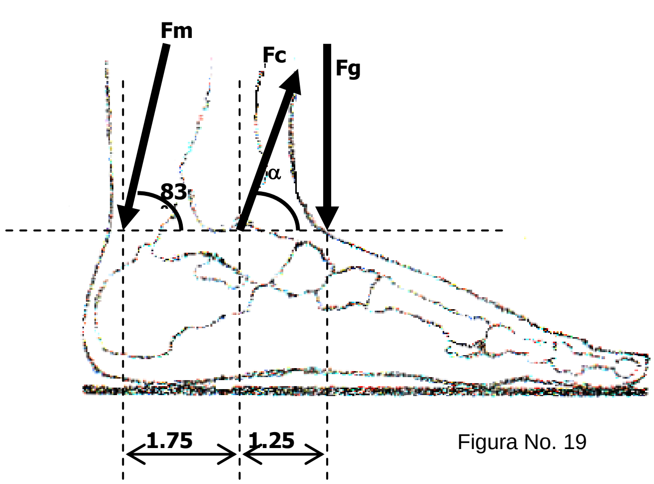


Figura No. 19

EJERCICIO No. 3: Trabajar en la calculadora con la función fix 6. La siguiente figura representa la cabeza de un estudiante inclinada sobre su libro. La cabeza tiene una masa de 0.6 kg y está sostenida por la fuerza muscular "Fm" ejercida por los extensores del cuello y por la fuerza de contacto "Fc" ejercida en la articulación atlanto-occipital. (Ver figura No. 20) Calcular:

1. El valor (magnitud y dirección) de la fuerza muscular (Fm) R. ________________________
2. Valor (magnitud y dirección) de la fuerza de contacto (Fc) R. ________________________

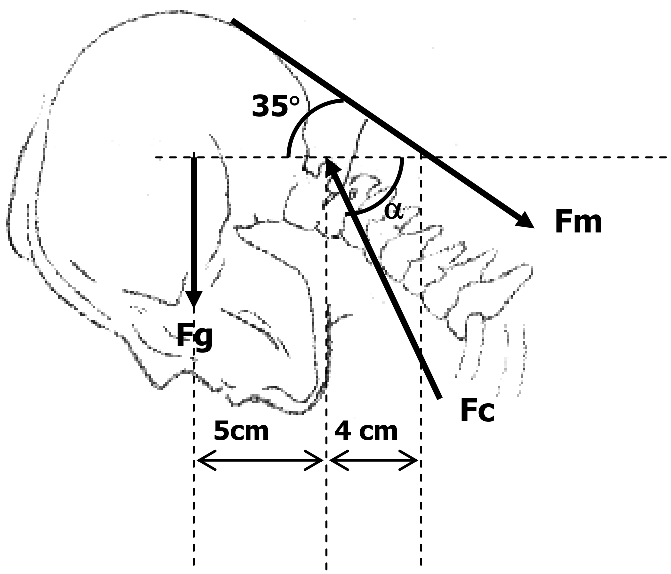


Figura No.20

EJERCICIO No. 4. Trabajar en la calculadora con la función fix 6. El centro de gravedad de una persona se mide pesando la persona sobre una plataforma apoyada en dos balanzas. Las balanzas se ajustan para marcar cero cuando sólo soportan la plataforma y la persona se coloca con la cabeza y los pies justo sobre las balanzas. La persona mide 1.70 m de altura (ver figura). La balanza derecha soporta una masa de 20 kg y la de la izquierda soporta una masa de 12 kg. (Ver figura No.21) Calcular:

1. ¿Cuál es el peso de la persona?
2. ¿A qué distancia de la cabeza se encuentra el centro de gravedad de la persona? (distancia **X**)

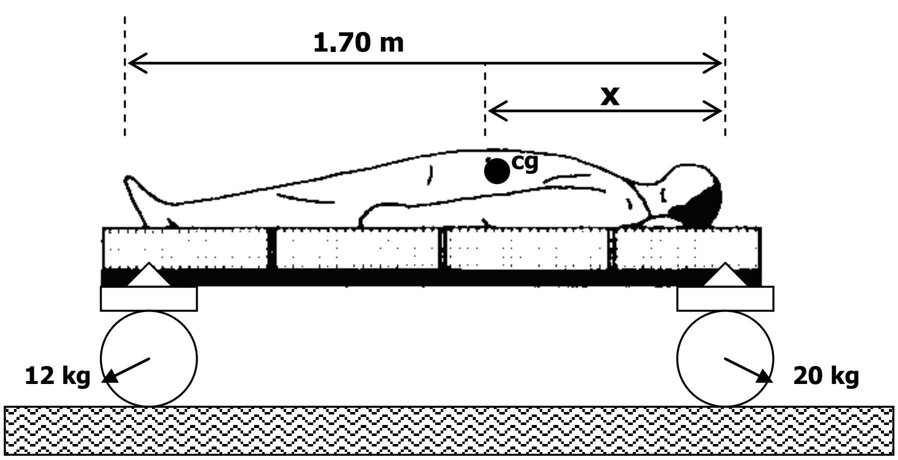


Figura No. 21