UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
FACULTAD DE ODONTOLOGÍA
CURSO: FÍSICA MATEMATICA
DOCENTE: Dr. Edwin López
Año 2017
Documento de apoyo a la docencia

VECTORES

Toda la teoría que se desarrolla acerca de vectores, responde a conceptos físicos, aunque se les puede dar un tratamiento matemático, debido a que en éstos, se pueden efectuar operaciones como la suma, resta, multiplicación vectorial, multiplicación por escalares y otras.

Los problemas de adición y sustracción de vectores, se pueden resolver fácilmente utilizando métodos gráficos, aunque también se pueden solucionar utilizando la trigonometría. Este tipo de cálculos es de gran utilidad para resolver problemas de navegación y movimiento en general; también se utilizan en la mecánica y en otras ramas de la física. En la matemática actual, un vector es considerado como un conjunto ordenado de cantidades con determinadas reglas para su utilización. El análisis vectorial (es decir, el álgebra, la geometría y el cálculo de cantidades vectoriales) aparece en la matemática aplicada en todos los campos de las ciencias físicas e ingeniería.

Hay que tener presente que estas operaciones no son de números reales, por lo que hay diferencias significativas tendientes a obtener resultados que difieren de los resultados numéricos. Es distinto operar con vectores y operar con números, por lo tanto es importante reconocer las características de las cantidades vectoriales y de las que no son, como las cantidades escalares.

Las cantidades físicas que quedan perfectamente determinadas con la magnitud (un número) y la unidad respectiva se llaman **escalares**, como ejemplo de cantidades escalares se tienen: un área de 12 m^2, un volumen de 40 ft^3, una distancia de 50 km o con decir que la temperatura de un cuerpo es de 37º C. Las cantidades escalares que se miden en las mismas unidades pueden sumarse o restarse en la forma acostumbrada. Por ejemplo: 14mm + 13mm = 27 mm ó 14mm - 13mm = 1 mm.

Existen otras cantidades físicas, como la cantidad vectorial, que no queda perfectamente definidas sólo con referirse a la magnitud y unidad respectiva, por ejemplo, cuando se habla de un objeto que se desplaza a 80 km/h, se puede notar que hace falta información, ya que se desconoce en qué dirección se traslada, si va de norte a sur, y en qué sentido, si hacia el sur o hacia el norte. A éstas cantidades físicas, en las cuales, es necesario dejar clara su dirección y sentido, se denominan vectores o cantidades vectoriales, por ejemplo: desplazamiento (20m, norte) y velocidad (40 mi/h, 30º N de O).

1. VECTORES

Un vector es un ente físico al que se le asignan las propiedades siguientes: **magnitud, dirección y sentido..** El concepto de vector es útil cuando se estudian temas de dinámica, ya que las fuerzas se definen como vectores, facilitando así, el análisis de dichas fuerzas, que quedaría reducido únicamente a los conceptos básicos de Geometría y Trigonometría.

En general, los vectores se representan **o se dibuja como una flecha a escala y señala la direcciòn del movimiento**, pero otros autores lo definen como segmentos de recta orientados (flechas). A diferencia de un Escalar que ùnicamente presenta magnitud.
La longitud del segmento representa la magnitud del vector, la posición del segmento en el plano muestra la dirección y la punta de la flecha, el sentido. También, cuando se trabaja en forma manuscrita, se escriben los vectores con letras mayúsculas en negrilla y a veces, con una flecha encima. Ejemplo:

$$\vec{\mathbf{A}} \quad \vec{\mathbf{B}} \quad \vec{\mathbf{C}}$$

El método que se utilizará para especificar la dirección, consiste en tomar como referencia líneas perpendiculares llamadas ejes. Estas líneas imaginarias forman lo que se conoce como plano cartesiano. En el plano cartesiano, las direcciones se indican mediante ángulos medidos en sentido directo, es decir, contrario al avance de las agujas del reloj, a partir de la posición del eje x positivo. Por ejemplo, los vectores 40 m a 60º y 50 m a 210º se muestran en la figura No. 9.

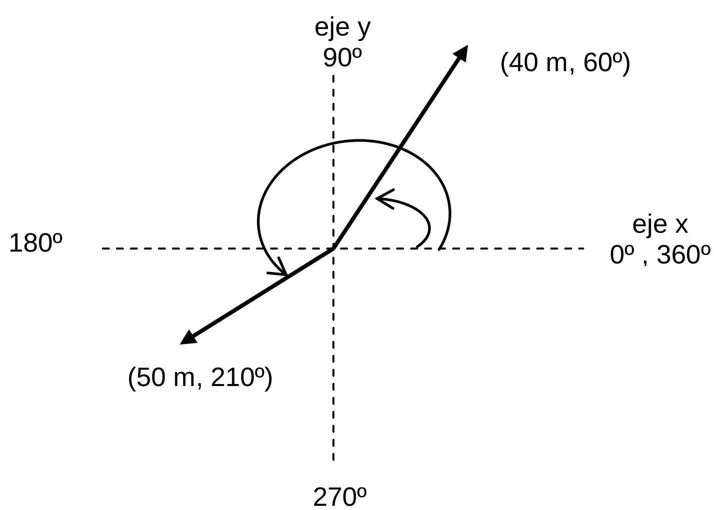


Figura No. 9

2. OPERACIONES CON VECTORES

La Matemática juega un papel importante en la Física, así como en diversidad de cantidades físicas que se manejan, situación que requirió definir todo un sistema operatorio para los vectores. De ahí que la Matemática se encargara de proporcionar las reglas necesarias para realizar operaciones con vectores. Los cálculos matemáticos incluyen suma, sustracción, multiplicación de un vector por un escalar, el producto escalar y el producto vectorial. Para este curso se estudiará únicamente la operación suma.

2.1. SUMA DE VECTORES.

Para sumar vectores que se encuentran sobre una misma línea recta o en la misma dirección,(**vectores alineados)** se utiliza la Aritmética simple. Por ejemplo: una persona camina 50 m a 270° (vector **A**) el martes y el miércoles camina 53 m a 270° (vector **B**). Esta persona se encuentra a 50 m + 53 m = 103 m (vector R) a 270° del punto de partida . (Ver figura No. 10 y 11) Otra persona camina 40 m a 90° (vector **C**) y después 38 m a 270°r (vector **D**) , entonces se encuentra a 40 m – 38 m = 2 m (vector R1) a 90° del punto de partida. (Ver figura No. 12 y 13)

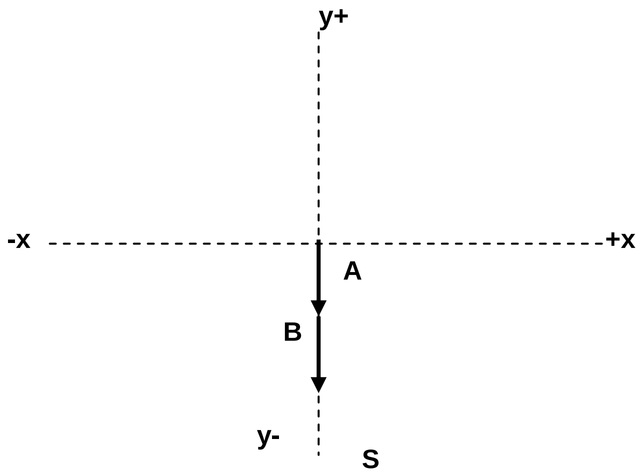


Figura 10

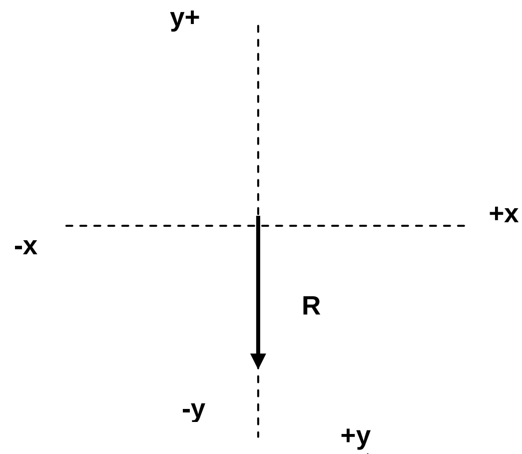


Figura 11

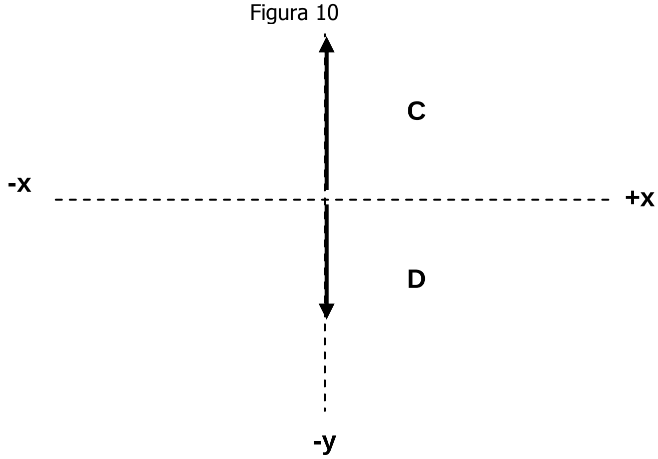


Figura 12

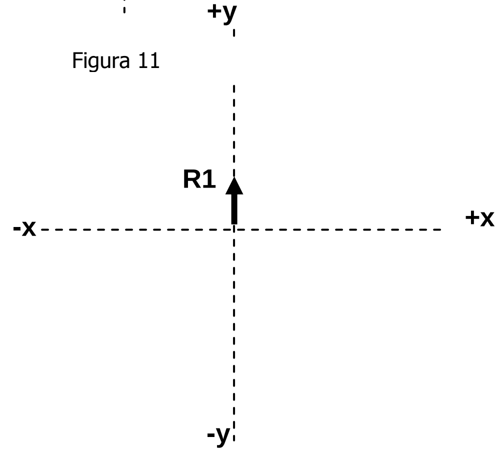


Figura 13

En otras palabras puede mencionarse de la siguiente manera: una persona camina 50 m sobre el eje y negativo (equivale a 270°) (vector **A**) el martes y el miércoles camina 53 m sobre el eje y negativo (que equivale a 270°) (vector **B**). Esta persona se encuentra a 50 m + 53 m = 103 m **(vector R**) sobre el eje y negativo (que equivale a decir 270°) del punto de partida . (Ver figura No. 10 y 11) El otro ejemplo se desarrollaría de la siguiente manera (Ver figura No. 12 y 13) Otra persona camina 40 m sobre el eje y positivo (que equivale a 90°) (vector **C**) y después 38 m sobre el eje y negativo (que equivale a 270°) (vector **D**) , entonces se encuentra a 4i0 m – 38 m = 2 m **(vector R1)** sobre el eje y positivo (que es el equivalente a 90°).

En cambio, a diferencia de lo indicado anteriormente, si los vectores no se encuentran en una misma línea, **(Vectores concurrentes)** entonces no es posible utilizar la Aritmética simple. Por ejemplo: una persona camina 10 kms sobre el eje x positivo (vector **T**) y después 5 km sobre el eje y positivo (vector **D**). En el sistema de coordenadas (Ver figura No. 14) se dibuja un vector **T** representando el primer desplazamiento y un vector **D**, indicando el segundo desplazamiento. El desplazamiento resultante es el vector **R**, que es la suma de los vectores **T** y **D**.

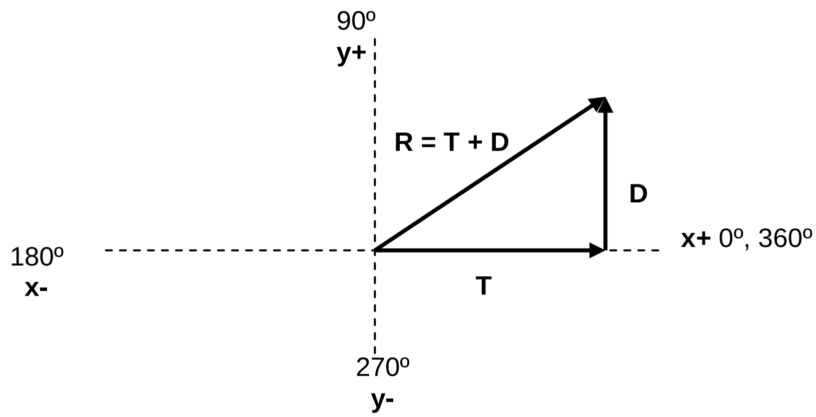


Figura No. 14

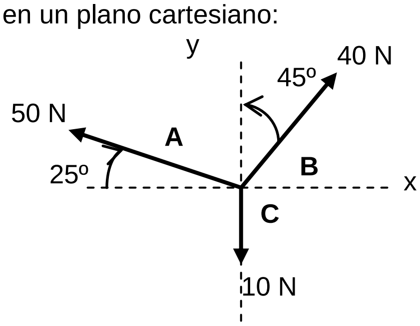
Hay que hacer notar que la magnitud de **R** de un vector siempre es positiva. *Un signo negativo colocado antes del símbolo de un vector sólo invierte su dirección; en otras palabras, invierte la dirección de la flecha, pero no afecta la longitud*. Si A = 10m, a 0°, entonces -A sería 10 m, a 180°. En este recorrido, los vectores no tienen ni la misma dirección, ni el mismo sentido, por lo tanto hay que utilizar otros métodos para la suma de estos desplazamientos.

Existen varios mètodos para resolver vectores no alineados(conocidos tambièn como vectores concurrentes),entre los que se encuentra el método grafico; el método del paralelogramo y el método de las componentes rectangulares. En este documento se describe la utilización para resolver ejercicios el de *componentes rectangulares*:

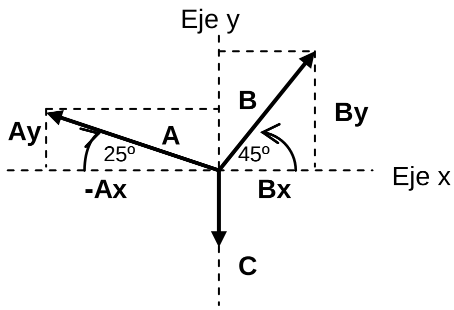
2.1 MÉTODO POR COMPONENTES RECTANGULARES

Este método se utiliza cuando hay vectores concurrentes, que son aquellos que se intersectan en un punto común o que tienen el mismo punto de aplicación. Cuando tales vectores no son perpendiculares entre sí, puede ser más difícil calcular la resultante. Todo vector puede expresarse como la suma de los vectores mutuamente perpendiculares en las direcciones de los ejes de un sistema de coordenadas cartesianas, los que reciben el nombre de componentes rectangulares del vector. Para resolver por este método hay que seguir los siguientes pasos, para facilitar su comprensión se explicará el método con el siguiente ejemplo:

Resuelva el siguiente ejercicio encontrando el vector resultante de los vectores **A**, **B** y **C**, que a continuación se presentan en un plano cartesiano:



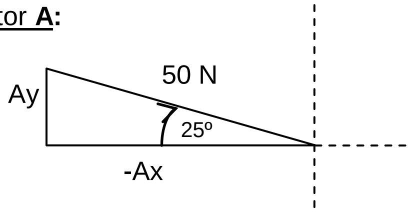
a. Dibujar cada vector a partir del punto cero o intersección de los ejes imaginarios ***x*** y ***y***, trazando las componentes de cada vector (Ax y Ay, Bx y By) . Donde Ax es la componente en x del vector A y Ay es la componente en y del vector A. (de la misma manera con el B. Estas se encuentran trazando líneas perpendiculares a los ejes ***y*** y ***x***, formando triángulos rectángulos, de los cuáles, el vector toma el lugar de la hipotenusa.



b. Encuentrar el valor de las componentes ***x*** y ***y*** de cada vector, utilizando para ello las razones trigonométricas de los triángulos rectángulos. Tome en cuenta el eje en que se encuentran las componenes , si este es positivo o negativo, para trasladarlo como positivo o como negativo

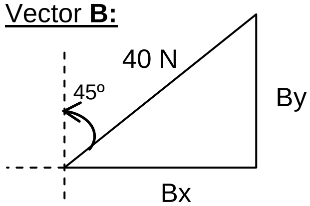
En este caso la componente en x del vector A es negativa y la de y es positiva; mientras que en el vector B tanto **x** y **y** es positiva

Vector **A**:



-Ax = Cos 25º x 50 N = - 45.315389 N
Ay = Sen 25º x 50 N = 21.130913 N

Vector **B:**



By = Cos 45º x 40 N = 28.284271 N
Bx = Sen 45º x 40 N = 28.284271 N

Vector **C:**

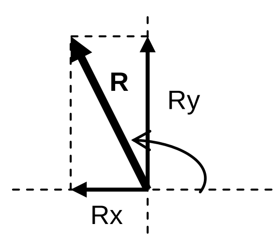
Como está sobre el "eje y", sólo tiene componente en ese sentido, que es el valor del vector, y a la otra componente (en **x**)se le coloca cero. No olvide colocar el signo del eje en que se encuentra el vector, en este caso es sobre el eje de las **y** negativas.

Cx = 0 N
Cy = -10 N

c. Hacer una tabla para tabular los datos ya encontrados y sumar las componentes en ***x*** y ***y*** de los vectores. La sumatoria da como resultado las componentes del vector resultante sobre el eje ***x*** y el eje ***y***.

Vector	Componente en x	Componente en y
A	-45.315389N	21.130913N
B	28.284271N	28.284271N
C	0	-10N
R (o Vector resultante)	**-17.031118N**	**39.415184N**

d. Con la tabla anterior, se encontraron las componentes perpendiculares del vector Resultante que son **R**x = - 17.031118 N y **R**y = 39.415184 N. Con estas componentes, determinar la magnitud, la dirección y sentido del Vector Resultante (R) , utilizando para ello el teorema de Pitágoras y la razón trigonométrica de tangente inversa. Se recomienda hacer un esquema de las componentes perpendiculares resultantes, y de la resultante, ubicándolas en el plano cartesiano.



Magnitud de la Resultante: para esta se utiliza el Teorema de Pitágoras.

$$\mathbf{R} = \sqrt{(Rx)^2 + (Ry)^2}$$

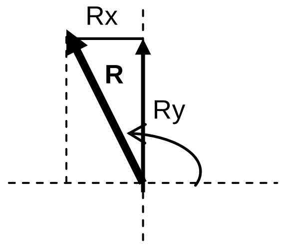
$$\mathbf{R} = \sqrt{(-17.031118N)^2 + (39.415184\ N)^2}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{42.937346\ N}$$

Dirección y sentido de la Resultante. Forme un triangulo rectàngulo utilizando las componentes que encontró como catetos y el vector resultante como hipotenusa. Utilice la inversa de la razón trigonométrica tangente. Tomando en cuenta lo siguiente

$$\tan \theta^{-1} = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}}$$

En este caso en particular se utilizò el triangulo superior, por esta razòn serìa de la siguiente forma :



$$\tan \theta^{-1} = \frac{\text{Rx (opuesto)}}{\text{Ry (adyacente)}}$$

$$\tan \theta^{-1} = \frac{17.031118N}{39.415184N}$$

$\tan \theta^{-1}$ = 23.368949º = 23º 22’ 8.21’’

Este ángulo encontrado se refiere a la distancia que existe entre el eje ***y*** y la resultante. Cuando se da la dirección de un vector resultante, el punto de referencia, siempre va a ser el eje ***x***, por lo tanto al ángulo encontrado hay que sumarle 90º del primer cuadrante.

23º 22’ 8.21’’ + 90º = **113º 22’ 8.21’’**

Por consiguiente, la magnitud, direcciòn y sentido del vector resultante es:

R = 42.937346 N a 113º 22’ 8.21’’